Don Zagier

Das „Bonner Superhirn“ ist nicht leicht zu finden. Es residiert in einem historischen Gebäude mitten in der Fußgängerzone der Bonner Innenstadt, dem **MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR MATHEMATIK.** *Das Haus war einmal die Bonner Hauptpost, gegenüber stehen imposante Reste eines alten römischen Gemäuers, ein Café um die Ecke hat trotz des kalten Wetters Mitte April bereits Tische draußen. Aber wer ist das „Bonner Superhirn“? Dahinter steckt der Mathematiker* **PROF. DON ZAGIER,** *neben anderen Koryphäen wie Gerd Faltings, Günter Harder und Yuri Manin einer der vier Direktoren des Bonner Instituts. Ausgedacht hat sich den „Titel“ eine Reporterin der Zeitung „Kölner Express“, die vor einiger Zeit ein Porträt über Zagier verfasst hat.*

FOTOS: RUTH ALBUS

In Don Zagiers hellem Arbeitszimmer biegen sich Regale unter Büchern und Manuskripten. Der Tisch ist unter Papierbergen kaum noch als solcher erkennbar, Manuskripte liegen sogar auf den Stühlen. In Zagiers Bücherregal finden sich Werke über „Elliptische Kurven“ und „Modulfunktionen“ und Ordner mit der Aufschrift „Ramanujan-Problems“. Aber bei weitem nicht allen Bänden sieht man an, was drin steht: Die Rücken schmücken kyrillische und japanische Schriftzeichen, ein schmalerer Band, noch einer der verständlichsten, trägt den Titel „De laatste Stelling van Fermat“. Stimmt, auch das stand im „Express“: Zagier spreche neun Sprachen fließend und verstehe noch mehr, habe mit 13 Abitur gemacht, mit 16 sein Diplom, bekam mit 19 seinen Doktorhut aufgesetzt und habilitierte sich mit 23 Jahren – und sei also überhaupt so eine Art Wunderkind, dessen größte Liebe die Mathematik ist.

„Das mit den Sprachen ist etwas übertrieben“, sagt Zagier. „Natürlich spreche ich Deutsch und Englisch, auch Französisch und Niederländisch, weil ich in Amerika und Utrecht und auch in der Schweiz gelebt und gearbeitet habe. Russisch und Italienisch verstehe ich immerhin ganz gut. Das ist es eigentlich auch schon. Aber Sprachen interessieren mich. Zum Beispiel lese ich in der U-Bahn gerade einen japanischen Roman.“ Zagier zieht ein kleines Bändchen aus der Sakkotasche, groß wie ein Reclam-Heftchen. Nur japanische Schriftzeichen. „Wilde Schafsjagd“ von Haruki Murakami, sehr schön, fast ein Krimi. Auch ein wenig sozialkritisch, kann ich sehr empfehlen“, sagt Zagier. Dann zeigt er auf eine Reihe handschriftlicher Notizen im Buch: „Natürlich kann ich das noch nicht fließend lesen, ich muss noch viel nachschlagen.“ Woher dieser Spaß an fremden Sprachen? „Vielleicht, weil meine Eltern und ich so viel herumgekommen sind. Mein Vater hatte im Laufe seines Lebens fünf Staatsbürgerschaften inne. Das ist meines Wissens Rekord.“ Zagier lächelt wieder. Er selbst wurde in Heidelberg geboren und ist in Amerika aufgewachsen.

Dass Don Zagier Mathematiker ist, sieht man nicht unbedingt an dem großen Computer, der unter seinem Schreibtisch steht – eine Sun Workstation – und auch nicht unbedingt an den vielen Büchern in seinen Regalen. Man sieht es an den unzähligen, mit Zeichen übersäten Notizzetteln auf seinem Schreibtisch. „So arbeite ich“, sagt Zagier, „viele meiner Kollegen können im Kopf große Theoreme aufstellen und durchdenken. Ich dagegen muss immer rechnen. Ich verbringe ganze Nachmittage damit, Stöße von Papier mit Rechnungen und Überlegungen zu füllen. Das können schon mal 100 Blätter an einem Nachmittag sein. Erst dabei sehe ich, ob eine Idee gut war oder nicht.“

BAHNBRECHENDE ARBEITEN ZUR ZAHLENTHEORIE

Gute Ideen: Davon hat Zagier schon eine ganze Menge gehabt. Sein Gebiet ist die Zahlentheorie, sein Handwerkszeug der ausgefuchste Umgang mit elliptischen und so genannten Modulfunktionen, insbesondere mit Jacobi-Formen – das sind im Prinzip Mitteldinge zwischen elliptischen Funktionen und Modulfunktionen, „die auch in der Physik eine große Rolle spielen, zum Beispiel in der Stringtheorie, in der statistischen Mechanik und der konformen Feldtheorie.“ Zagier redet schnell, wenn er sich für ein Thema begeistert.

Also der Reihe nach. Modulfunktionen sind mathematische Gebilde, die auch beim lange gesuchten Beweis des letzten Fermatschen Satzes eine außerordentlich wichtige Rolle gespielt haben und daher – nicht zuletzt durch Simon Singhs bekanntes Fermat-Buch, das sich lange auf den Sachbuch-Bestsellerlisten hielt – als eine der wenigen Errungenschaften wirklich „esoterischer“ Mathematik eine gewisse öffentliche Aufmerksamkeit fanden. Wenn man so will, bewegt sich auch Zagier im Dunstkreis der „Fermat-Mathematik“. Mit Erfolg: Im Mai dieses Jahres bekam er für seine bahnbrechenden Arbeiten zur Zahlentheorie den mit 120.000 Mark dotierten Karl-Georg-Christian-von-Staudt-Preis überreicht – und das ist nur eine der vielen

DER STAUDT-PREIS **Am 11. Mai bekam der Mathematiker und Direktor am Bonner Max-Planck-Institut für Mathematik, Don Zagier, in der Aula des Erlanger Schlosses den mit 120.000 Mark dotierten Staudt-Preis überreicht. Diese renommierte Auszeichnung für herausragende deutsche Mathematiker, die sich durch zukunftsweisende Arbeiten auf dem Gebiet der theoretischen Mathematik hervorgetan haben, ist benannt nach Karl Georg Christian von Staudt, der von 1835 bis zu seinem Tod im Jahr 1867 den Lehrstuhl für Mathematik an der Universität Erlangen innehatte. Gestiftet wurde der Preis von der 1986 ins Leben gerufenen „Otto-und-Edith-Haupt-Stiftung“, die sich auch die Förderung der wissenschaftlichen Arbeit am Mathematischen Institut und die Einrichtung einer Gastprofessur im zweijährigen Turnus zum Ziel gesetzt hat. Otto Haupt war als Inhaber des Lehrstuhls für Mathematik in Erlangen von 1921 bis 1953 einer der Nachfolger von Christian von Staudt; er starb 1988 im Alter von 101 Jahren und hinterließ der Stiftung ein beträchtliches Vermögen. Der in Rothenburg ob der Tauber geborene Patriziersohn von Staudt verlieh der Mathematik – insbesondere der Geometrie – wichtige Impulse, die bis heute fortwirken. Er studierte bei dem berühmten Mathematiker Karl Friedrich Gauß in Göttingen und wirkte nach seiner Promotion 1822 in Erlangen zunächst als Gymnasiallehrer in Würzburg und Nürnberg. Bereits als Gauß-Schüler tat sich von Staudt durch Arbeiten auf dem Gebiet der Angewandten Mathematik hervor. So erlangte er zum Beispiel durch seine Berechnungen von Planeten- und Kometenbahnen früh die Anerkennung seiner Fachkollegen. Von Staudts wissenschaftliches Hauptwerk ist die „Geometrie der Lage“, die er 1847 publizierte – zwölf Jahre nach seiner Berufung auf den ersten ordentlichen Lehrstuhl für Mathematik in Erlangen; damit schwenkte er im Alter von 37 Jahren auf seine eigentliche Gelehrtenlaufbahn ein. Mit „Geometrie der Lage“ wurde Christian von Staudt zu einem der Wegbereiter der modernen nicht-euklidischen Geometrie, also jenes Werkzeugs, dessen sich später Albert Einstein bei der Erschaffung seiner Relativitätstheorie bediente.**

Der Staudt-Preis wird im dreijährigen Turnus verliehen. Bisher gibt es erst vier Preisträger: 1991 wurde Hans Grauert in Würdigung seiner wegweisenden Arbeiten zur komplexen Analysis ausgezeichnet; im Jahr 1994 folgte Stefan Hildebrandt, der für sein wissenschaftliches Gesamtwerk über Variationsrechnung, über die Theorie der nicht-linearen partiellen Differentialgleichungen und die Theorie der Minimalflächen geehrt wurde. Im Jahr 1997 verlieh die „Otto-und-Edith-Haupt-Stiftung“ den Preis an Martin Kneser für seine Beiträge zur Theorie der quadratischen Formen und zur Arithmetik der algebraischen Gruppen. Don Zagier erhielt den Preis nun für seine bahnbrechenden Arbeiten zur Zahlentheorie, die alte und neue Probleme mit Methoden aus vielen mathematischen Disziplinen lösen und die Entwicklung der Zahlentheorie in den vergangenen Jahren wesentlich geprägt haben.

Auszeichnungen für Don Zagier.

Worum genau dreht sich seine Arbeit? Zagier nimmt einen Bleistift und erklärt. „Nehmen Sie diese einfache Frage: Welche Zahlen sind Summen von zwei Kubikzahlen? Schauen wir uns zum Beispiel die 35 an:

$$35 = 27 + 8 = 3\times3\times3 + 2\times2\times2 = 3^3 + 2^3$$

Das war einfach. Bei der 7 ist es schon etwas kniffliger:

$$7 = 8 + (-1) = 2\times2\times2 + (-1)\times(-1\times(-1)) = 2^3 + (-1)^3$$

Sie sehen, wir lassen auch negative Zahlen zu. Aber jetzt betrachten Sie die 13:

$$13 = 351/27 = 343/27 + 8/27 = (7\times7\times7)/(3\times3\times3) + (2\times2\times2)/(3\times3\times3) = (7/3)^3 + (2/3)^3$$ “

Zagier lässt den Stift kurz sinken. „An diesem Beispiel erkennen Sie, dass wir uns die Frage gleich noch ein wenig interessanter gemacht haben: Wir beschränken uns nicht auf ganze Zahlen, sondern erlauben auch Brüche ganzer Zahlen als Lösung. Doch trotz dieses Zugeständnisses ist die Zerlegung der 13 schon nicht mehr ganz so einfach. Und manche Zahlen lassen sich überhaupt nicht auf diese Weise zerlegen.“

Tatsächlich ist die Frage, wie man Lösungen in ganzen oder in Bruchzahlen einer unbestimmten Gleichung ausfindig macht, eine der ältesten, mit der sich Mathematiker je beschäftigt haben – und zugleich immer noch eine der aktuellsten. Über sie haben schon die Griechen gegrübelt, kurz nachdem es einem Mathematiker namens Diophant vor rund 1700 Jahren zum ersten Mal gelungen war, algebraische Gleichungen in einem einfachen systematischen Symbolismus zu formulieren. Diese Frage hat es offenbar in sich: Diophants Schriften waren jahrhundertelang verschollen. Als man sie – mehr als 1200 Jahre nach seinem Tode – wieder entdeckte, waren sie ihrer Zeit immer noch voraus. Heute ist man natürlich weiter; dennoch gehören die Probleme der diophantischen Analysis zu den spannendsten Fragen der „reinen“ Mathematik.

Könnte man die Lösung diophantischer Gleichungen wie der oben skizzierten nicht von einem Computer herausfinden lassen? „Nein. Einmal abgesehen davon, dass dieser ’brute force’-Ansatz keine richtige Mathematik wäre, weil wir dann vielleicht herausfinden können, welche Zahlen sich zergliedern lassen, aber immer noch nicht wüssten, welche Regel dahintersteckt. Aber Computer wären mit dieser Suche auch völlig überfordert“, sagt Zagier. „Nehmen Sie einmal die 382. Die Zahl sieht harmlos aus, aber um sie als Summe zweier Kubikzahlen darzustellen, brauchen Sie zwei Brüche mit einem 52-stelligen Nenner, nämlich 8 122 054 393 485 793 893 167 719 500 929 060 093 151 854 013 194 574. Die Zähler sind noch größer. Da würden selbst die schnellsten heutigen Rechner um Größenordnungen länger rechnen, als das Universum existieren würde.“

Verblüffende Fragen, die Spass machen

Allmählich ahnt man, warum Zagier von dieser zunächst verblüffend einfachen Frage fasziniert ist. Warum ist es bei der 7 so leicht und bei der 382 so schwierig, eine Lösung zu finden? Und warum gibt es zum Beispiel bei der 5 überhaupt keine? Warum machen die Zahlen das? Zagier: „Die Auswahl der Probleme, mit denen man sich beschäftigt, ist eine Art Kunst. Ähnlich wie ein Musiker bei der Komposition einer Melodie im Prinzip aus den unendlich vielen möglichen Melodien auswählt, so wählen wir Mathematiker aus den zahllosen offenen Fragen, die es gibt, die aus, an denen wir etwas lernen können. Oft merkt man erst auf den zweiten Blick, was hinter einer Frage steckt. Dass sie uns weiterbringen kann. Dann machen sie Spaß. Das hier ist so eine.“

Dann ist diese simpel aussehende Aufgabe, die sogar ein bisschen an die Gleichung des Pythagoras erinnert, also noch nicht gelöst? „Nein. Und ich rechne auch nicht damit, dass dieser Knoten noch zu meinen Lebzeiten durchschlagen wird. Aber aus der Tatsache, dass ich Ihnen eine Lösung für die 382 präsentieren konnte, sehen Sie, dass wir Mathematiker durchaus schon einiges verstanden haben“, sagt Zagier.

Der Schlüssel zur Lösung liegt in einem ganz anderen Bereich der Mathematik, und Don Zagier gehörte zu denen, die ihn vor nicht langer Zeit schon ein kleines bisschen herumgedreht haben. Hier liegt auch der Zusammenhang mit Fermats berühmtem Problem, und hier kommen auch die elliptischen Funktionen, die Modulfunktionen und die Jacobi-Funktionen, mit denen sich Zagier so gut auskennt, ins Spiel.

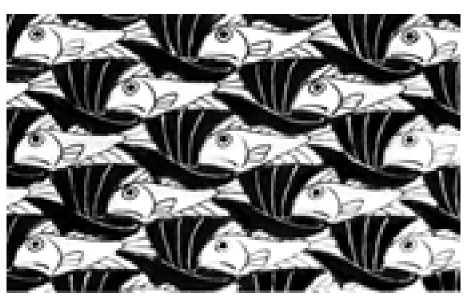
Was sind das für eigenartige Funktionen? Im Prinzip solche, die nicht nur eine einfache Periodizität in einer Richtung aufweisen – wie zum Beispiel die Funktionen sin(x) und cos(x) – sondern in verschiedenen Richtungen periodisch sind. Während trigonometrische Funktionen wie Sinus und Cosinus eine einfache Periodizität haben (es gilt zum Beispiel $\sin(t+2\pi) = \sin(t)$ für jedes t), weisen elliptische Funktionen eine zweifache Periodizität sehr einfacher Art auf: Sie erfüllen für zwei unabhängige Zahlen A und B die Gleichungen $f(x+A) = f(x)$ und $f(x+B) = f(x)$. Ein Schachbrettmuster kann man sich als besonders einfache elliptische Funktion vorstellen, die nur zwei Werte annehmen kann: schwarz oder weiß.

Die Modulfunktionen schließlich haben ebenfalls eine Periodizität (oder Symmetrie) in zwei oder mehreren Richtungen. Diese verschiedenen Symmetrien haben aber eine kompliziertere Beziehung zueinander, sie „kommutieren nicht“, wie der Mathematiker sagt (Abb. 1). Und was hat das mit dem Kubikfaktorproblem zu tun? Jetzt wird's etwas mathematisch, aber der Clou folgt sofort: Diophantische Gleichungen wie zum Beispiel $x^3+y^3 = 13$ kann man durch elliptische Funktionen parametrisieren – das bedeutet, stark vereinfacht, „zeichnen lassen“. Ein einfacheres Beispiel macht klar, was gemeint ist: Die Gleichung $x^2 + y^2 = 1$ beschreibt bekanntlich einen Kreis. Aber ein Punkt, der sich mit den Koordinaten $x = \sin(t)$ und $y = \cos(t)$ mit steigendem t durch ein Koordinatensystem bewegt, bewegt sich dabei ebenfalls über eine „Kreisbahn“, die mit dem durch die Kreisgleichung beschriebenen Kreis deckungsgleich ist – so wie die Überlagerung zweier Sinusschwingungen auf dem x- und y-Eingang eines Oszilloskops Kreise und Ellipsen auf der Mattscheibe ergibt. Die Kreisgleichung lässt sich also durch trigonometrische Funktionen parametrisieren.

Ganz analog funktioniert dies mit den diophantischen Gleichungen der Zahlentheoretiker und elliptischen Funktionen. Dass das geht, wissen die Mathematiker übrigens schon seit Mitte des 19. Jahrhunderts. Ganz neu und geradezu bahnbrechend ist indes die Erkenntnis, dass man hierzu aber auch auf Modulfunktionen mit ihren komplexen Symmetrien zurückgreifen kann. Das konnte erst vor kurzem Andrew Wiles, der „Bezwinger“ von Fermats letztem Satz beweisen – und genau dieser Beweis war auch der eigentliche Schlüssel, mit dem er dieses Jahrtausendproblem letztlich gelöst hat. Damit haben die Mathematiker eine bedeutende Brücke zwischen zwei eigentlich weit voneinander entfernten Bereichen der Mathematik geschlagen, denn nun können sich Zahlentheoretiker, die bei diophantischen Problemen wie dem Zagiers nicht weiterkommen, stattdessen an Modulfunktionen versuchen – und aus deren Verhalten Rückschlüsse auf ihre Zahlenrätsel ziehen. Und über Modulfunktionen weiß man eine ganze Menge.

Feste Brücken für Mathematiker

Kann Don Zagier genauer erklären, wie man von seinen Modulfunktionen zur Lösung der oben genannten Zahlenrätsel kommt? „Dazu müssten Sie leider vorher fünf Jahre Mathematik studieren“, sagt der Mathematiker, aber man sieht ihm an, dass er es trotzdem gerne erklären möchte. So greift er wieder zum Block, zeichnet ein paar Kurven und sagt: „In den 60er-Jahren haben die



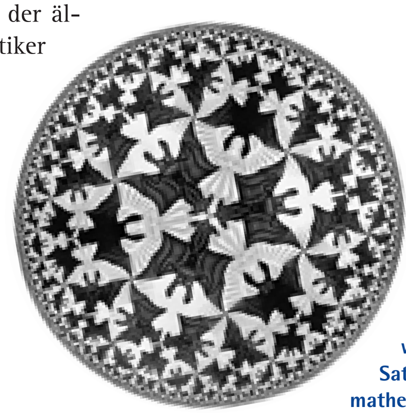
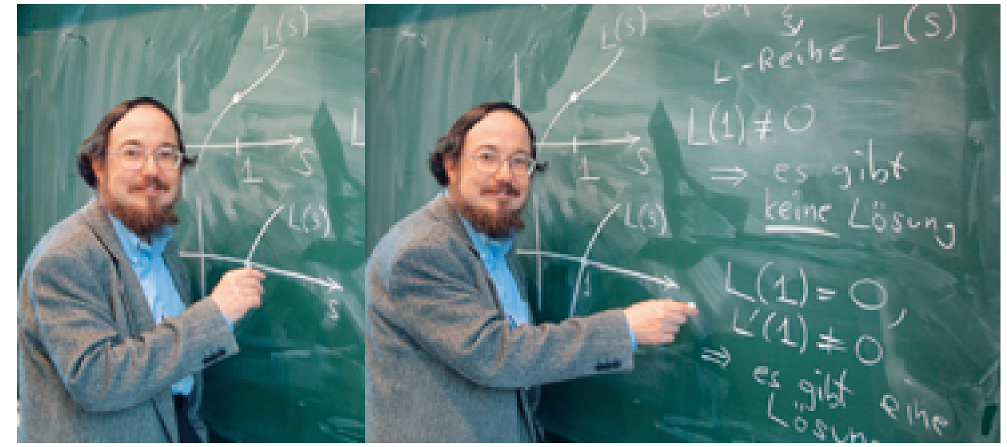


Abb. 1: Trigonometrische Funktionen haben eine „einfache“ Periodizität – wie das Band unten. Das Kachelmuster aus Fischen und Booten (links) ist dagegen in zwei Richtungen periodisch wie eine elliptische Funktion. Modulfunktionen schließlich zeigen eine noch komplexere Symmetrie – wie zum Beispiel das Arrangement aus Engeln und Teufeln (rechts). Trotz ihrer Komplexität weiß man heute sehr viel über Modulfunktionen. Und seit vor wenigen Jahren der Beweis für Fermats berühmten letzten Satz gelungen ist, können sie sogar zum Schlüssel für wichtige mathematische Rätsel aus dem Reich der Zahlentheorie werden.



Exkursionen zu den spannendsten Fragen der „reinen“ Mathematik: Computer sind hier überfordert.

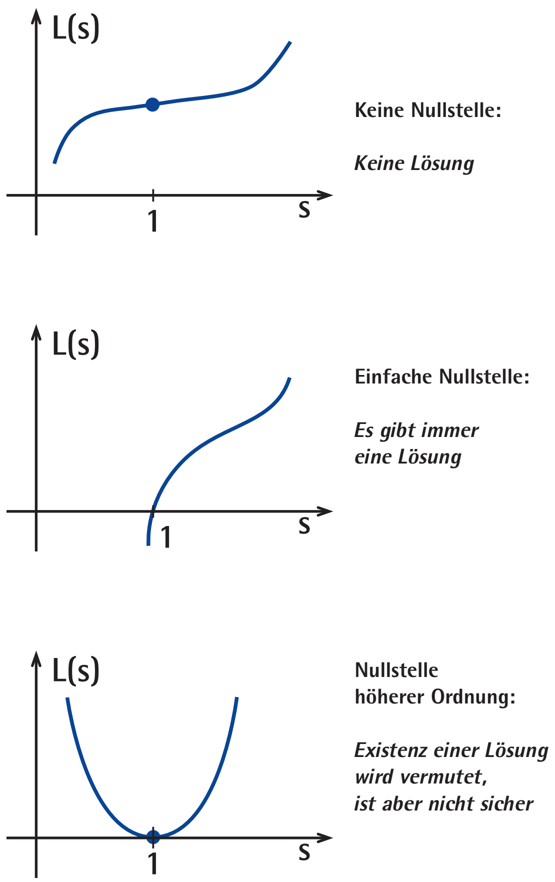


Abb. 2: Die L-Funktion verrät, ob sich die Gleichung $x^3+y^3 = n$ lösen lässt. Zu jedem n gehört eine eigene L-Funktion. Hat sie bei s = 1 eine einfache Nullstelle, ist die dazugehörige diophantische Gleichung lösbar. Der Beweis für diese Aussage ist 96 eng beschriebene Druckseiten lang und funktioniert mit Modulfunktionen.

beiden englischen Mathematiker Birch und Swinnerton-Dyer eine nach ihnen benannte Vermutung aufgestellt, die inzwischen zu den berühmtesten ungelösten Problemen der Mathematik gehört – und übrigens eines der sieben ist, auf deren Lösung der Amerikaner Landon Clay Preise von jeweils einer Million Dollar ausgesetzt hat. Diese Vermutung nun impliziert, dass man mithilfe der Theorie der Modulfunktionen jeder natürlichen Zahl n durch eine einfache Berechnung eine weitere Zahl zuordnen kann, die folgende Eigenschaft hat: Wenn sie gleich Null ist, dann kann man n in zwei Kubikzahlen zerlegen. Wenn sie nicht gleich Null ist, ist n gemäß unserer obigen Fragestellung nicht zerlegbar."

Die Mathematik dahinter ist weniger abstrakt, als man vermuten würde. Um zu erklären, worum es geht, reicht ein kleines Blatt Papier (Abb. 2). Eine Zahl einer anderen zuordnen – das gelingt zum Beispiel mit Funktionen, wie man sie im Prinzip aus der Schule kennt. Zagier zeichnet eine an die Tafel – im Hörsaal des Instituts, einem Raum, in dem vor etlichen Jahrzehnten noch 400 Telefonistinnen Verbindungen hergestellt haben. „Das ist eine Funktion, die wir L(s) nennen. Für jede diophantische Gleichung wie zum Beispiel die bereits genannte $x^3+y^3 = 13$ kann man so eine Funktion aufstellen. Wenn L(s) an der Stelle 1 *nicht* Null wird, hat die dazugehörige Gleichung *keine* Lösung, und Sie können die dazugehörige Zahl n *nicht* in zwei Kubikzahlen zerlegen." Das haben bereits die Fermat-Pioniere Coates, Wiles und Kolyvagin bewiesen. Von Don Zagier und seinem amerikanischen Kollegen Benedict Gross kam hingegen gewissermaßen das Gegenstück: der Beweis, dass die zu L(s) gehörende Zahl n zerlegt werden kann, wenn die L-Funktion die s-Achse schneidet, das heißt, an der Stelle 1 eine endliche Steigung hat. Der Beweis ist 96 eng beschriebene Druckseiten lang; die zentrale Formel in diesem Beweis – zugleich die längste – erstreckt sich über eine halbe Seite.

Mit der L-Funktion können die Zahlentheoretiker jetzt also eine Tabelle aufstellen: Jede ganze Zahl n (es geht um die Gleichung $x^3+y^3 = n$) erhält durch die Brücke zwischen der Theorie der Modulfunktionen und der Zahlentheorie ihre zugehörige Funktion L(s), und wenn die an der Stelle 1 keine Nullstelle hat, ist n nicht in Kubikzahlen zerlegbar. Bei der 6 steht in dieser Tabelle allerdings so eine Null ($6 = (17/21)^3 + (37/21)^3$), auch bei der 7 – und der 382 mit ihren monströsen gebrochenen Kubikfaktoren. Das macht die Arbeit der Zahlentheoretiker zugegebenermaßen leichter. Auch um die vertrackten Kubikzahlen zu finden, in die sich die solcherart „enttarnten" Zahlen zerlegen lassen, hat Zagier eine Teillösung parat. Sie hat zu tun mit so genannten Heegnerpunkten und Formeln, die ebenfalls über halbe Seiten gehen und gleichfalls ziemlich komplex sind, aber sie funktioniert: Es gibt inzwischen sogar eine Hand voll Programme, die anhand dieser Formeln in Sekundenbruchteilen die Kubikfaktoren einer einmal als zerlegbar identifizierten Zahl ausdrucken – wie diesen Bruch mit dem 52-stelligen Nenner.

„Interessante Ironie der Natur"

Null oder nicht null – damit sollte doch alles klar sein, oder? Nein, nicht unbedingt. Dass die Birch-Swinnerton-Dyer-Vermutung trotz allem immer noch nicht voll bewiesen ist, hat mit dem Begriff „Nullstelle" zu tun. Und das Problem ist so vertrackt, dass es das Rennen um die Lösung des Kubikfaktoren-Rätsels durchaus noch eine Weile offen halten dürfte. Denn: „Nullstelle der L-Funktion" kann bedeuten: Schnittpunkt mit der s-Achse (endliche Steigung) oder Nullstelle höherer Ordnung (Tangente, Sattelpunkt). „Wir konnten die Birch-Swinnerton-Dyer-(BSD)-Vermutung leider bislang nur für den einfachen Fall eines Schnitts mit der s-Achse beweisen", sagt Zagier. Das bedeutet: Zeigt die L-Funktion also einen Sattelpunkt oder eine Nullstelle höherer Ordnung, ist plötzlich alles nicht mehr so sicher. Das heißt: Die Zahl *kann* dann zerlegbar sein, *muss* aber nicht.

Aber: „Immer, wenn man bisher bei Zahlen nachgesehen hat, deren L-Funktion auf eine mögliche Lösung hinweist, hat man bisher auch eine gefunden", sagt Zagier. Das ist trotz aller Abneigung der „brute-Force-Computer-Mathematik" gegenüber ein starker Hinweis darauf, dass die BSD-Vermutung auch hier mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit gilt. Der Bonner Mathematiker dazu: „Es ist nämlich eine interessante Ironie der Natur, dass Zahlen, deren L-Funktionen Nullstellen in höheren Ableitungen haben, besonders einfach zergliedert werden können. Ein Beispiel ist die 657. Die zu dieser Zahl gehörende L-Funktion hat eine Nullstelle zweiter Ordnung." Zagier startet ein kleines Programm und tippt die 657 ein. Tatsächlich: In Sekundenbruchteilen ist der Bildschirm voller Ergebnisse – keines hat 52 Stellen. Hier nur zwei davon:

$$657 = (17/2)^3 + (7/2)^3 \text{ oder}$$
$$657 = (163/19)^3 + (56/19)^3$$

„Das heißt: In genau den Fällen, in denen es für uns schwierig wird, wird es für den Computer wieder leicht. Wir wissen nämlich, dass es immer dann, wenn es eine Zerlegungsmöglichkeit gibt, immer gleich unendlich viele weitere geben muss. Also keine oder gleich unendlich viele. Verschwindet die L-Funktion an ihrer Nullstelle mehrfach, zum Beispiel an einem Sattelpunkt, gibt es gewissermaßen mehr als nur eine unendliche Menge an Lösungen," sagt Zagier. Ein schwacher Trost – hinter dem allerdings wieder eine Aufgabe steht, die Spaß macht, weil sie sich anfühlt, als hätte sie eine Lösung, an der man etwas lernen kann über das verrückte Verhalten der Zahlen und die erstaunliche Komplexität, die sich dahinter verbirgt.

„Mathematik ist manchmal mehr Kunst als harte Wissenschaft."

Wie bemerkt man denn, dass man bei derart anspruchsvollen Rechnungen und Überlegungen, wie sie hinter einem solch komplexen Beweis stehen, auf dem richtigen Weg ist? Wie kommt man auf gute Ideen? Oder: Wie kommen diese Ideen zu einem? Springen die einen an, unter der Dusche, am Schreibtisch, in der U-Bahn? Sind die morgens einfach da? „Nein. Diese Ergebnisse sind das Resultat harter Arbeit.

Ich brauche zum Beispiel immer konkrete Anlässe für meine Arbeiten, häufig Probleme, mit denen zum Beispiel Kollegen zu mir kommen, daher gibt es unter meinen Veröffentlichungen eine ganze Reihe, die ich mit anderen geschrieben habe. So habe ich als Mathematiker im Laufe der Jahre viele Erfahrungen gesammelt. Wenn Sie viel arbeiten, haben Sie auch viele Erfolge und Einsichten, auf die Sie dann bei der Lösung neuer Probleme zurückgreifen können. Und viele Dinge sieht man dann irgendwann einfach. Ich habe zum Beispiel neulich einen alten Brief von mir gefunden, in dem ich einer Kollegin bei einem Beweis geholfen habe. Ich wundere mich heute, mit welcher Naivität ich darangegangen bin, wie ich die Beweiskette Schritt für Schritt exakt aufgeschrieben habe. Heute würde ich viele Schritte gar nicht mehr erwähnen. Meine Studenten leiden da natürlich manchmal ein wenig drunter", sagt Zagier.

Woher kommen all die guten Ideen?

Also wirklich nichts als Schweiß und Tränen? „Natürlich hat man schon mal Geistesblitze, aber eigentlich funktioniert das schon anders. Wenn ich zum Beispiel merke, dass eine Idee in eine Sackgasse führt, verfolge ich sie doch erst einmal weiter. Später erkenne ich dann, wo das Problem lag, und kann es beim nächsten Mal umgehen. So arbeite ich mich allmählich an die Lösung heran.

Und irgendwann merkt man dann, dass die Zusammenhänge klarer werden, dass man auf dem richtigen Weg ist: Und dann plötzlich liegt alles vor einem. Die Dinge werden einfach, wenn man sich der Lösung nähert – von zwei vermeintlichen Lösungen ist die einfache häufig die bessere", sagt Zagier. „Das ist durchaus eine ästhetische Kategorie. Mathematik ist in diesem Sinne tatsächlich mehr Kunst als harte Wissenschaft. Die Suche kann allerdings Jahre dauern." ▶

Zu Hause in der Welt der Zahlen: Professor Don Zagier vor dem neuen Institutsgebäude in der Bonner Innenstadt.

Und in diesen Jahren kreist bei Zagier fast alles nur um Mathematik. Tagsüber, abends: Er ist ein echter Berufener. So macht es ihm zum Beispiel Spaß, mit Freunden nach Feierabend Sätze wie Eulers berühmte Formel

$$1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \ldots = \pi^2/6$$

zu diskutieren, so wie andere sich über neue Kinofilme unterhalten. Oder einen alten Satz von Fermat, der voraussagt, welche Primzahlen sich in zwei Quadratzahlen zerlegen lassen. Mit Beweisen für diesen Satz könnte man mittlerweile zwar schon ein Buch füllen, aber Zagiers ist der bislang kürzeste. Wichtig sei es eben, sagt Zagier, als Mathematiker nicht ständig bloß große Theoreme zu wälzen, sondern sich auch mal – durchaus spielerisch – mit kleineren Aufgaben zu beschäftigen. Schließlich, so kommt es einem in den Sinn, hat auch Mozart nicht pausenlos gute Musik geschrieben, sondern sich auch mit Lappalien auseinandergesetzt – und daraus vielleicht Inspiration für seine großen Werke gezogen.

Also doch kein Überflieger? Hochschulreife mit 13, mit 24 jüngster Professor Deutschlands? Kein Genie? „Nein, sicher nicht." Don Zagier lächelt wieder, und er wirkt überhaupt nicht verlegen. Und wenn er seinen Lebenslauf erzählt, wirkt der tatsächlich weitaus weniger spektakulär als unter einer dicken Überschrift. So war Don Zagier zunächst sogar ein schlechter Schüler – in der Schule schlicht unterfordert, wie viele Hochbegabte. Eines Tages schlugen seine Lehrer vor, er solle vielleicht ein Jahr überspringen – in Amerika damals die absolute Ausnahme. „Meine Eltern haben mich das entscheiden lassen, und ich habe ja gesagt." Das half: Der Unterricht begann Spaß zu machen, und für Zagier geriet das Überspringen irgendwann zum Sport. „Ich wollte sehen, wie weit man das treiben kann. Dabei wurde mir allerdings nichts geschenkt: Ich musste nicht nur alle Prüfungen bestehen, sondern auch alle Kurse besuchen, an denen man teilnehmen musste, auch die der Jahre, die ich übersprungen habe." Hat er deshalb auf etwas verzichten müssen? „Nein, ich habe ein ganz normales Leben geführt. Ich hatte eine Freundin, ich war Eislaufen. Gut, ich hatte etwas wenig Schlaf. Aber ich hatte auch Unterstützung durch meine Kommilitonen. Das hat mir sehr geholfen."

Nach zwei Jahren das Diplom – aus Heimweh

Und das Studium – sein Diplom hielt er schließlich bereits im Alter von 16 in der Hand? „Da hatte ich es eilig. Meine Eltern zogen in die Schweiz, gerade als ich meine Schule beendet hatte. Weil ich so jung war, konnte ich in Europa nicht studieren. Also ging ich zurück ans MIT in Cambridge, Massachusetts, und beeilte mich – aus Heimweh." Die Promotion in Oxford schließlich – mit 19, endlich in Europa, endlich wieder in der Nähe der Eltern – hatte mit drei Jahren Dauer eine fast normale Spanne. „Hier habe ich im ersten Jahr so gut wie nichts geschafft: Ich hatte das Studium wohl doch etwas zu schnell durchgezogen, der Stoff saß noch nicht so recht, das musste ich dann nacharbeiten. Später habe ich dann meinen Doktorvater gewechselt und bin nach Bonn gekommen" – zu Friedrich Hirzebruch, dem genialen Mathematiker und Gründungsdirektor des Bonner MPI für Mathematik. Hier habilitierte er sich dann mit 23 Jahren, wurde mit 24 Jahren Professor und folgte seinem Mentor nach dessen Emeritierung als geschäftsführender Direktor des Max-Planck-Instituts für Mathematik nach.

Eine beeindruckende Vita. Aber es stimmt: Wer sich noch einmal in Zagiers Arbeitszimmer umsieht, im Bücherregal, in den Stößen eng beschriebener Notizzettel, der erkennt bald, dass dieser brillante Lebenslauf vielleicht wirklich nicht so wichtig ist. Zwar hat Zagier von 1990 bis 2001 auch in Utrecht und Bonn gelehrt, und von Mai 2001 an wird er einen Teil seiner Zeit als Professor am renommierten Collège de France verbringen. Er war und ist also viel auf Reisen. Aber wer Zagier zuhört, wie er von seiner Arbeit erzählt, und von dem „Spaß, den eine neue Aufgabe machen muss", der erkennt, dass er in gewisser Weise inzwischen angekommen ist, nachdem er und seine Familie so viel unterwegs waren. Und dass er vielleicht sogar immer schon zu Hause gewesen ist, egal, wo er war, ob in Amerika, Oxford, in der Schweiz oder in Bonn – weil seine Liebe tatsächlich der Mathematik gehört. Und dann verlässt man Zagiers Arbeitszimmer mit dem sicheren Gefühl: Auch wenn es ihm nicht gelingen sollte, die endgültige Lösung für sein Zerlegungsproblem zu finden – die Suche danach wird ihm Spaß machen.

Stefan Albus